

22147307


MATHÉMATIQUES
NIVEAU MOYEN
ÉPREUVE 1

Numéro de session du candidat

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Mardi 13 mai 2014 (après-midi)

Code de l'examen

1 heure 30 minutes

2	2	1	4	-	7	3	0	7
---	---	---	---	---	---	---	---	---

INSTRUCTIONS DESTINÉES AUX CANDIDATS

- Écrivez votre numéro de session dans la case ci-dessus.
- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Aucune calculatrice n'est autorisée pour cette épreuve.
- Section A : répondez à toutes les questions dans les cases prévues à cet effet.
- Section B : répondez à toutes les questions sur le livret de réponses prévu à cet effet. Écrivez votre numéro de session sur la première page du livret de réponses, et attachez ce livret à cette épreuve d'examen et à votre page de couverture en utilisant l'attache fournie.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.
- Un exemplaire non annoté du *livret de formules pour le cours de mathématiques NM* est nécessaire pour cette épreuve.
- Le nombre maximum de points pour cette épreuve d'examen est [90 points].



16EP01

Veillez **ne pas** écrire sur cette page.

Les réponses rédigées sur cette page
ne seront pas corrigées.



16EP02

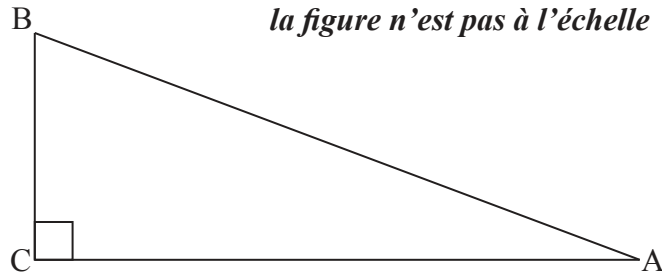
Le total des points ne sera pas nécessairement attribué pour une réponse correcte si le raisonnement n'a pas été indiqué. Les réponses doivent être appuyées par un raisonnement et/ou des explications. Lorsque la réponse est fautive, certains points peuvent être attribués si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. On vous recommande donc de montrer tout votre raisonnement.

SECTION A

Répondez à **toutes** les questions dans les cases prévus à cet effet. Si cela est nécessaire, vous pouvez poursuivre votre raisonnement en dessous des lignes.

1. [Note maximale : 5]

La figure suivante représente un triangle rectangle, ABC, où $\sin A = \frac{5}{13}$.



(a) Montrez que $\cos A = \frac{12}{13}$. [2]

(b) Trouvez $\cos 2A$. [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



2. [Note maximale : 7]

Trouvez la valeur des chacune des expressions suivantes, en donnant votre réponse sous la forme d'un nombre entier.

(a) $\log_6 36$ [2]

(b) $\log_6 4 + \log_6 9$ [2]

(c) $\log_6 2 - \log_6 12$ [3]

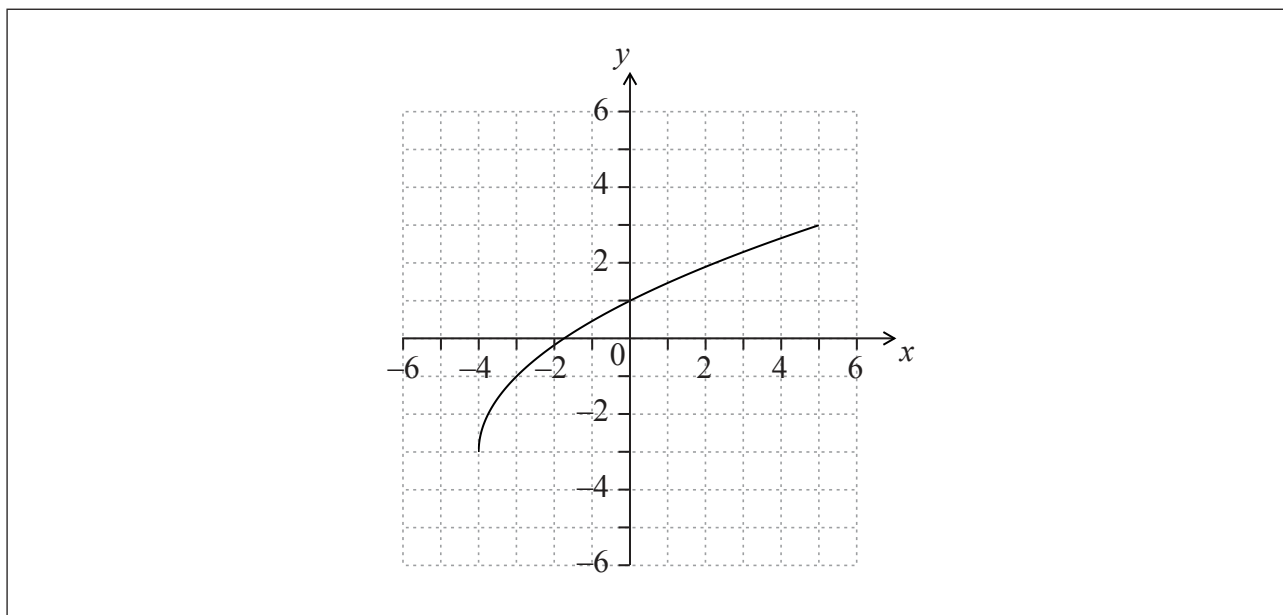
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



16EP04

3. [Note maximale : 6]

La figure suivante montre la représentation graphique de $y = f(x)$, pour $-4 \leq x \leq 5$.



- (a) Écrivez la valeur de
 - (i) $f(-3)$;
 - (ii) $f^{-1}(1)$. [2]
- (b) Trouvez le domaine de f^{-1} . [2]
- (c) Dans le repère ci-dessus, esquissez la représentation graphique de f^{-1} . [2]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



4. [Note maximale : 7]

La droite L est parallèle au vecteur $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$.

(a) Trouvez la pente de la droite L . [2]

La droite L passe par le point $(9 ; 4)$.

(b) Trouvez l'équation de la droite L sous la forme $y = ax + b$. [3]

(c) Écrivez une équation vectorielle de la droite L . [2]

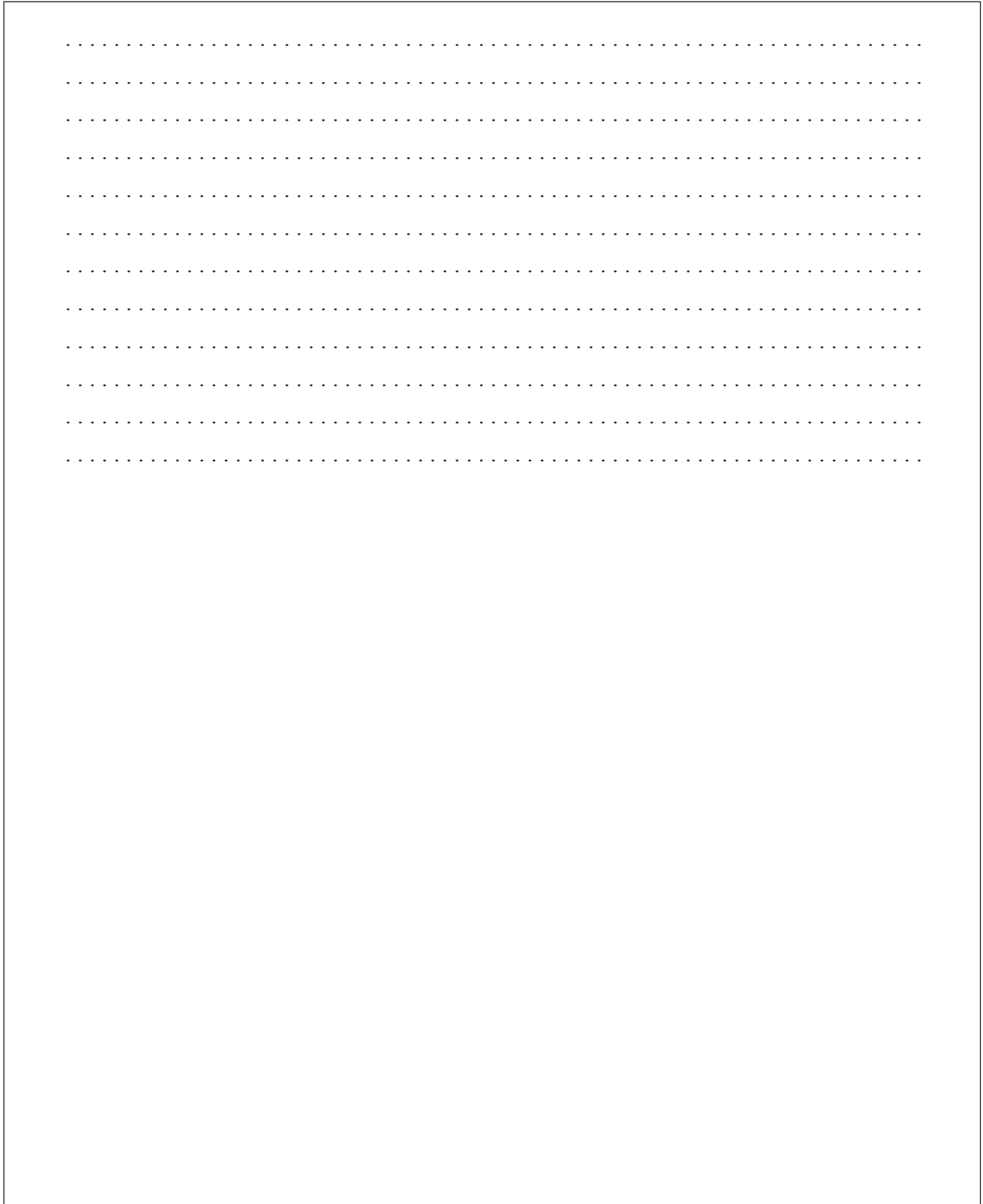
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



5. [Note maximale : 6]

La représentation graphique d'une fonction h passe par le point $\left(\frac{\pi}{12}; 5\right)$.

Étant donné que $h'(x) = 4 \cos 2x$, trouvez $h(x)$.

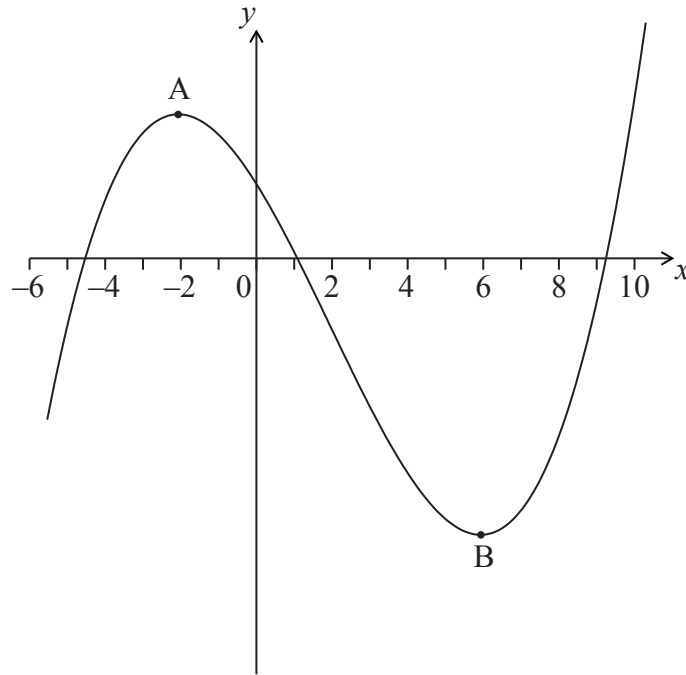


16EP07

Tournez la page

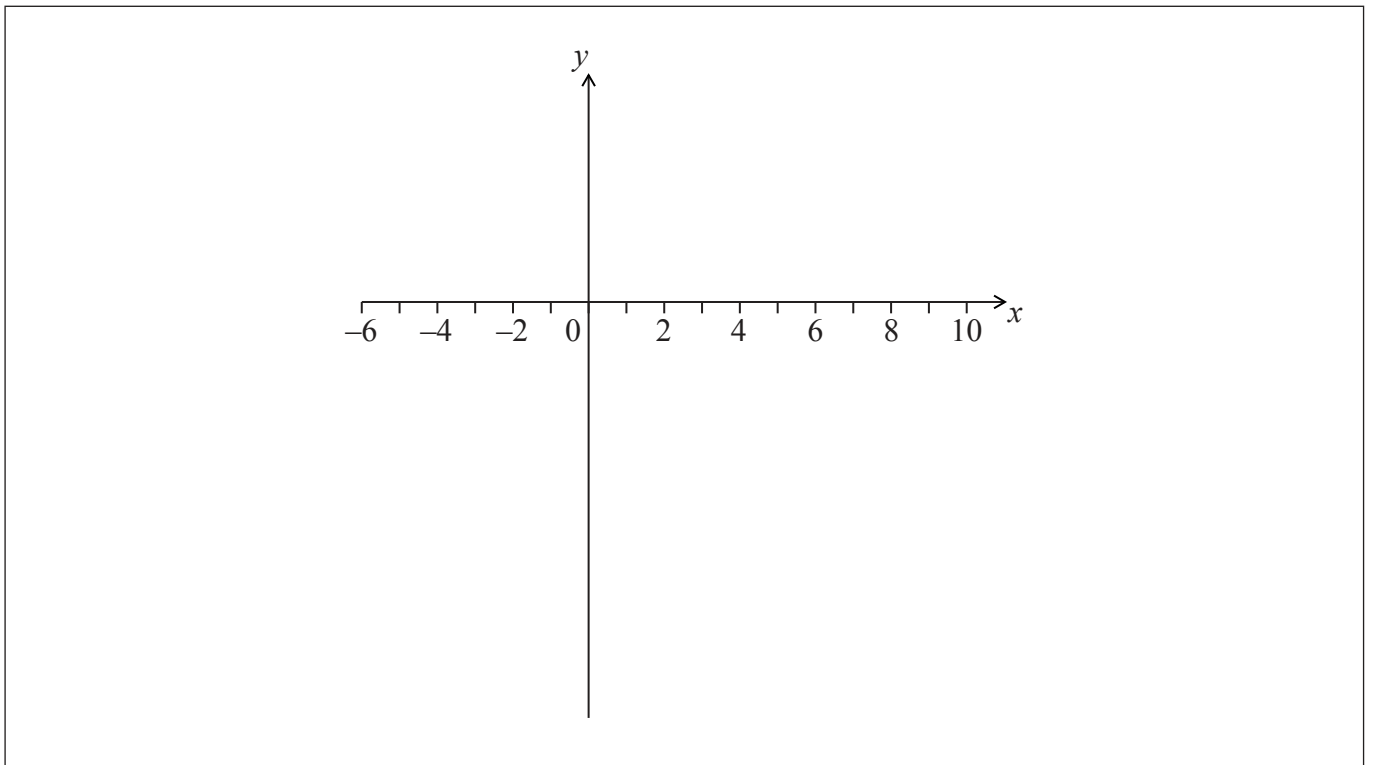
6. [Note maximale : 6]

La figure suivante montre une partie de la représentation graphique de $y = f(x)$.



La courbe a un maximum local en A, où $x = -2$, et un minimum local en B, où $x = 6$.

(a) Sur le repère suivant, esquissez la représentation graphique de $y = f'(x)$. [4]



(Suite de la question à la page suivante)



16EP08

(Suite de la question 6)

- (b) Écrivez les valeurs suivantes en ordre, de la plus petite à la plus grande :
 $f(0)$, $f'(6)$, $f''(-2)$.

[2]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



16EP09

Tournez la page

7. [Note maximale : 8]

Les sommes des termes d'une suite suivent le modèle

$$S_1 = 1 + k, S_2 = 5 + 3k, S_3 = 12 + 7k, S_4 = 22 + 15k, \dots, \text{ où } k \in \mathbb{Z}.$$

(a) Étant donné que $u_1 = 1 + k$, trouvez u_2 , u_3 et u_4 .

[4]

(b) Trouvez une expression générale de u_n .

[4]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



16EP10

N'écrivez **PAS** vos solutions sur cette page.

SECTION B

Répondez à **toutes** les questions sur le livret de réponses fourni. Veuillez répondre à chaque question sur une nouvelle page.

8. [Note maximale : 15]

Soit $f(x) = 3x^2 - 6x + p$. L'équation $f(x) = 0$ a deux racines égales.

(a) (i) Écrivez la **valeur** du discriminant.

(ii) À partir de là, montrez que $p = 3$. [3]

Le sommet de la représentation graphique de f se trouve sur l'axe des abscisses Ox .

(b) Trouvez les coordonnées du sommet de la représentation graphique de f . [4]

(c) Écrivez la solution de $f(x) = 0$. [1]

(d) Cette fonction peut être écrite sous la forme $f(x) = a(x - h)^2 + k$. Écrivez la valeur de

(i) a ;

(ii) h ;

(iii) k . [3]

(e) La représentation graphique d'une fonction g est obtenue à partir de la représentation graphique de f par une symétrie de f par rapport à l'axe des abscisses Ox ,

suivie d'une translation de vecteur $\begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix}$. Trouvez g , en donnant votre réponse sous

la forme $g(x) = Ax^2 + Bx + C$. [4]



N'écrivez **PAS** vos solutions sur cette page.

9. [Note maximale : 15]

Dans cette question les distances sont en mètres.

Ryan et Jack ont des modèles réduits d'avion qui décollent au niveau du sol. L'avion de Jack décolle après celui de Ryan.

La position de l'avion de Ryan t secondes après son décollage est donnée par $\mathbf{r} = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$.

- (a) Trouvez la vitesse de l'avion de Ryan. [3]
- (b) Trouvez la hauteur de l'avion de Ryan après deux secondes. [2]

La position de l'avion de Jack s secondes après son décollage est donnée par $\mathbf{r} = \begin{pmatrix} -39 \\ 44 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \\ 7 \end{pmatrix}$.

- (c) Montrez que les trajectoires des avions sont perpendiculaires. [5]

Les deux avions entrent en collision au point $(-23 ; 20 ; 28)$.

- (d) Combien de temps après le décollage de l'avion de Ryan l'avion de Jack décolle-t-il ? [5]



N'écrivez **PAS** vos solutions sur cette page.

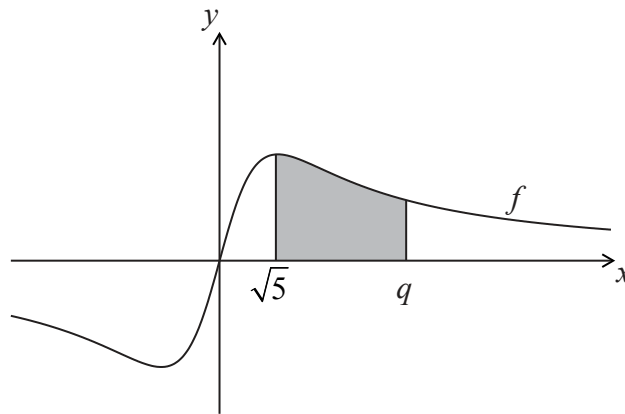
10. [Note maximale : 15]

Soit $f(x) = \frac{2x}{x^2+5}$.

(a) Utilisez la règle de dérivation du quotient pour montrer que $f'(x) = \frac{10-2x^2}{(x^2+5)^2}$. [4]

(b) Trouvez $\int \frac{2x}{x^2+5} dx$. [4]

La figure suivante montre une partie de la représentation graphique de f .



(c) La région grisée est délimitée par la courbe de f , l'axe des abscisses Ox , et les droites $x = \sqrt{5}$ et $x = q$. L'aire de cette région est $\ln 7$. Trouvez la valeur de q . [7]



Veillez **ne pas** écrire sur cette page.

Les réponses rédigées sur cette page
ne seront pas corrigées.



16EP14

Veillez **ne pas** écrire sur cette page.

Les réponses rédigées sur cette page
ne seront pas corrigées.



16EP15

Veillez **ne pas** écrire sur cette page.

Les réponses rédigées sur cette page
ne seront pas corrigées.



16EP16